

НТУУ «КПІ»
ММІ
Кафедра механіки пластичності матеріалів
і ресурсозберігаючих процесів

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до лабораторних робіт по дисципліні
«Теорія автоматичного регулювання »

Київ 2014

Затверджено
на засіданні кафедри
механіки пластичності матеріалів
і ресурсозберігаючих процесів
Протокол № від р.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до лабораторних робіт по дисципліні
«Теорія автоматичного регулювання»

Укладачі:

Проф. д.т.н Пшенішнюк О.С., проф. д.т.н. Кривда Л.Т.,
ст. викл. к.т.н. Горностаї В.М.,

Рецензент: проф. д.т.н. Тітов В.А.

Вступ

Інтенсифікація виробництва, створення автоматичних ліній на базі прогресивних технологічних процесів - одна з важливих задач, що стоять перед промисловістю країни на сучасному етапі.

Важлива роль у вирішенні цих завдань належить засобам механізації та автоматизації, автоматизованим ковальсько - штампувальним комплексам, у створенні яких все більшого місце відводиться системам автоматичного регулювання. Останнє вимагає від сучасного фахівця, який працює в області обробки металів тиском, певних навичок у проектуванні та розрахунках такого, роду систем.

Мета цих методичних вказівок - допомогти студентам набути знання основ аналізу систем автоматичного регулювання, навчитися практично вирішувати завдання, що виникають при розробці зазначених систем.

I. ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ ПРИ ОБРОБЦІ МЕТАЛІВ ТИСКОМ

Використання систем автоматичного регулювання (САР) - швидко прогресуюче напрям вдосконалення обладнання і технології обробки металів тиском.

Ряд нових технологічних схем часто можуть бути реалізовані лише на обладнанні, оснащеному системами авторегулювання, так як інші спроби конструктивного вирішення такого роду машин приводять до неможливості реалізації всіх переваг процесу, або взагалі дають незадовільні результати.

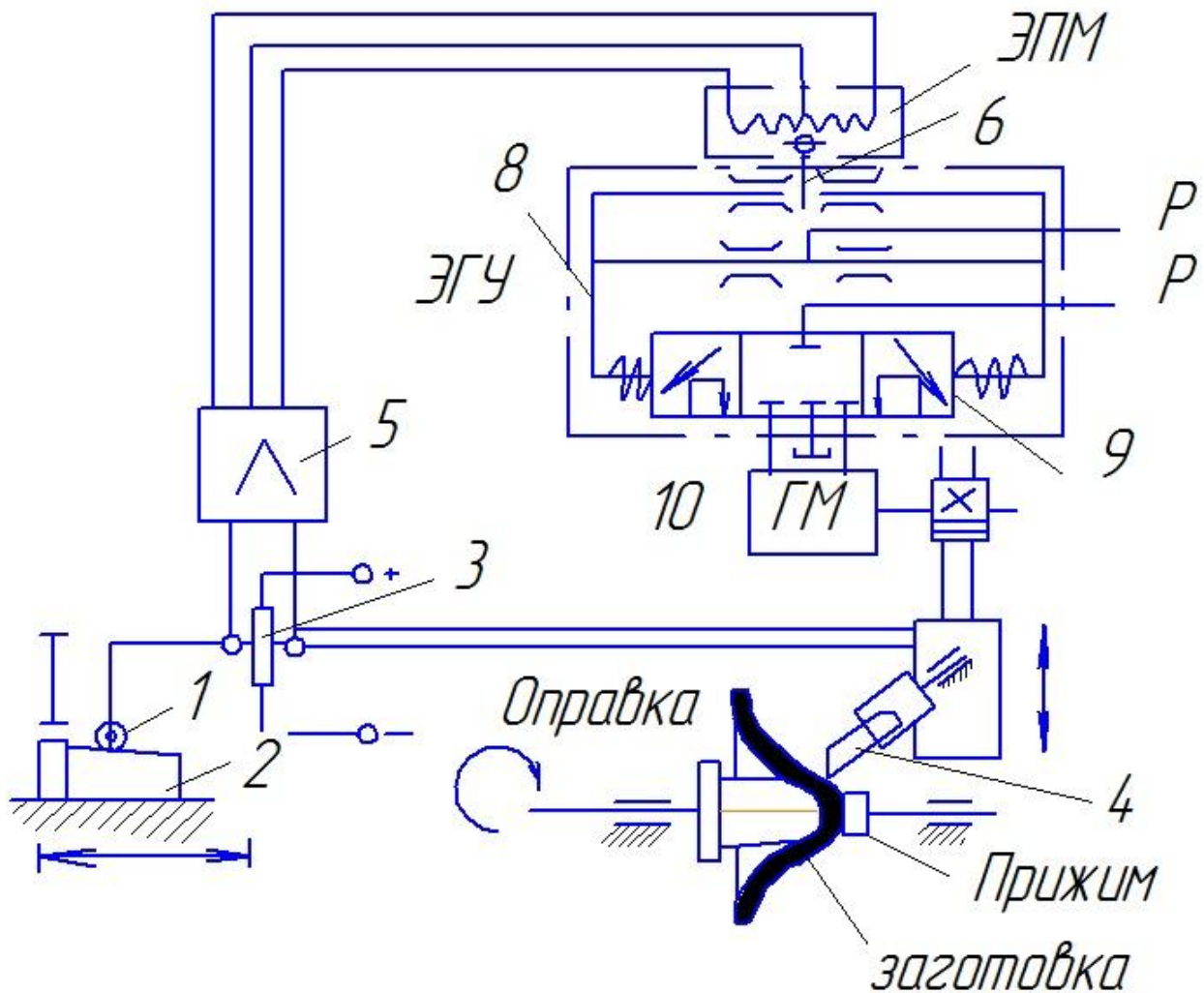


Рис. 1. Принципова схема САР, керуюча поперечною подачею обкатом інструменту верстата для ротаційно-давильних робіт.

Технологічний процес вельми ефективний, дозволяє отримувати деталі типу тіл обертання з листових заготовок. При цьому вдається обробляти деталі, які отримати витяжкою неможливо або важко. Аналогічна показаній та схема обкатних машин, які призначені для обробки деталей типу днищ хімічних апаратів, реакторів і ін. Для особливо великих заготовок, діаметр яких може досягати декількох метрів, а товщина 5-7 см, обкатані машини часто єдине обладнання, що дозволяє обробляти деталі такого роду.

Представлена САР працює таким чином.

При переміщенні щупа 1 уздовж копіра 2 щітка потенціометричного вимірювача 3, поєднана зі щупом, відхиляється від узгодженого становища зі щіткою, з'єднаної з обкатують інструментом 4. В результаті на електронний підсилювач 5 надходить сигнал неузгодженості, в залежності від полярності якого заслінка 6, керована електромеханічним перетворювачем (ЗІП), повертається за годинниковою або проти годинникової стрілки. Заслонка гідропідсилювача (ГУ) 8, змінюючи тиск в керуючих порожнинах золотника 9, викликає його переміщення від нейтрального положення. При цьому рідина високого тиску надходить в гідромотор 10, напрямку обертання вала якого буде залежати від того, в яку сторону змістився золотник. Рух вала гідромотора передається через пару "зубчасте колесо - рейка", викликаючи переміщення інструмента, а разом з ним і щітки потенціометра, так що неузгодженість зменшується, тобто проходить як би "стеження" інструменту за становищем щупа.

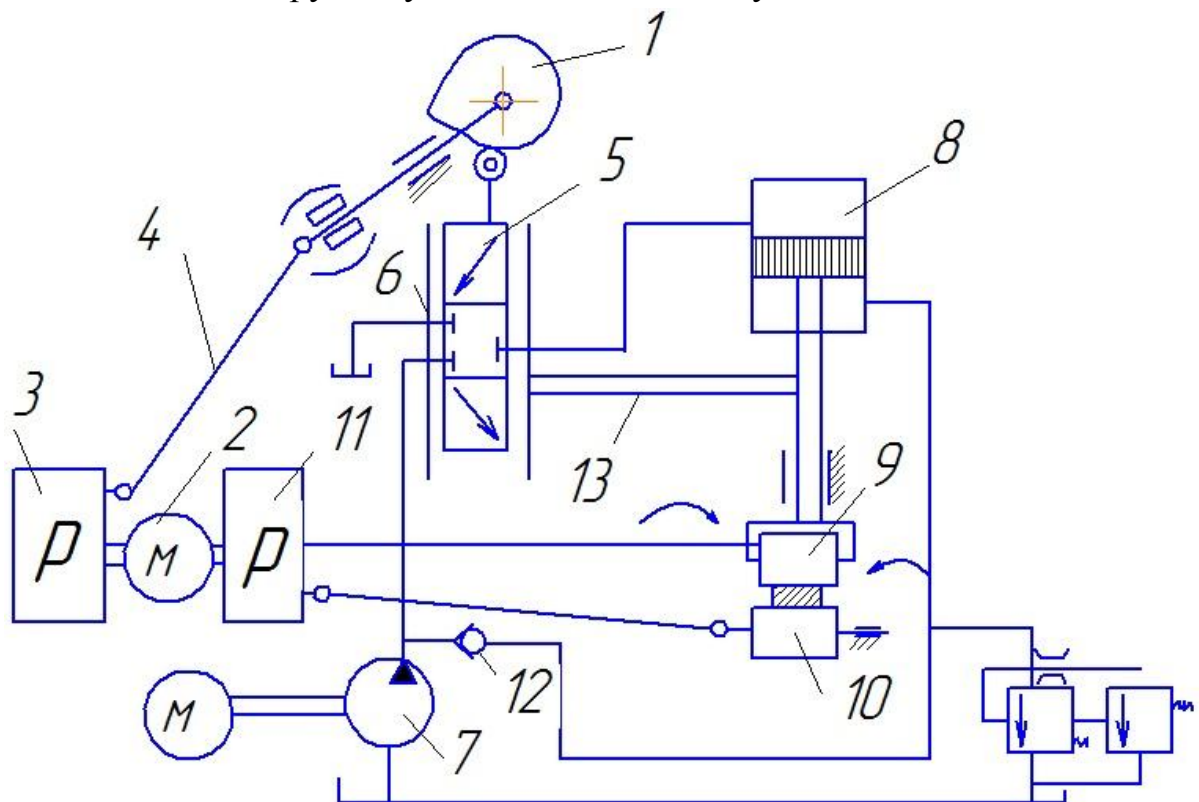


Рис.2. САР станина зі змінно відстанню між валками

На рис. 2 зображена схема машини для реалізації ще однієї перспективної технологічної схеми - прокатного стану для профілювання заготовок із змінним відстанню між валками. Стан дозволяє універсальним інструментом (валками) отримувати прокат змінного перерізу. В цьому випадку не потрібно при зміні типу прокатуваних заготовок зміни інструменту, що робить ефективним використання профільованого прокату в умовах дрібносерійного виробництва штамповок.

Зміна відстані між валками відбувається в процесі прокатки наступним чином. Копір І, який одержує обертання від електродвигуна 2, через редуктор 3 і карданний вал 4 впливає на золотник 5 зі стежить втулкою 6. Рідина високого тиску від насоса 7 надходить у підпоршнвову порожнину гідроциліндра 8, шток якого з'єднаний з переміщається валком 9. Валок 9, як і валок не переміщається 10, обертаються при передачі обертання від електродвигуна через редуктор II. Підпоршнева порожнина гідроциліндра через зворотний клапан 12 з'єднана з нагнітальною порожниною насоса. При переміщенні золотника 5 під впливом копіра надпоршневу порожнину (в залежності від рельєфу копіра) з'єднується з нагнітальною порожниною насоса або зі зливом. У першому випадку зменшується відстань між валками за рахунок різниці активних площ над і підпоршневої порожнин. У другому - відстань збільшується, так як рідина високого тиску надходить лише в підпоршневу порожнину. Зміна відстані буде тим більше, чим більше відносно зміщення золотника, положення якого задається копіром, і втулки 6, з'єднаної жорстко (зворотний зв'язок) з переміщається валком. Таким чином, порівнює елементом є золотниковий розподільник, на якому виробляється керуючий сигнал - різниця між положенням золотника і втулки.

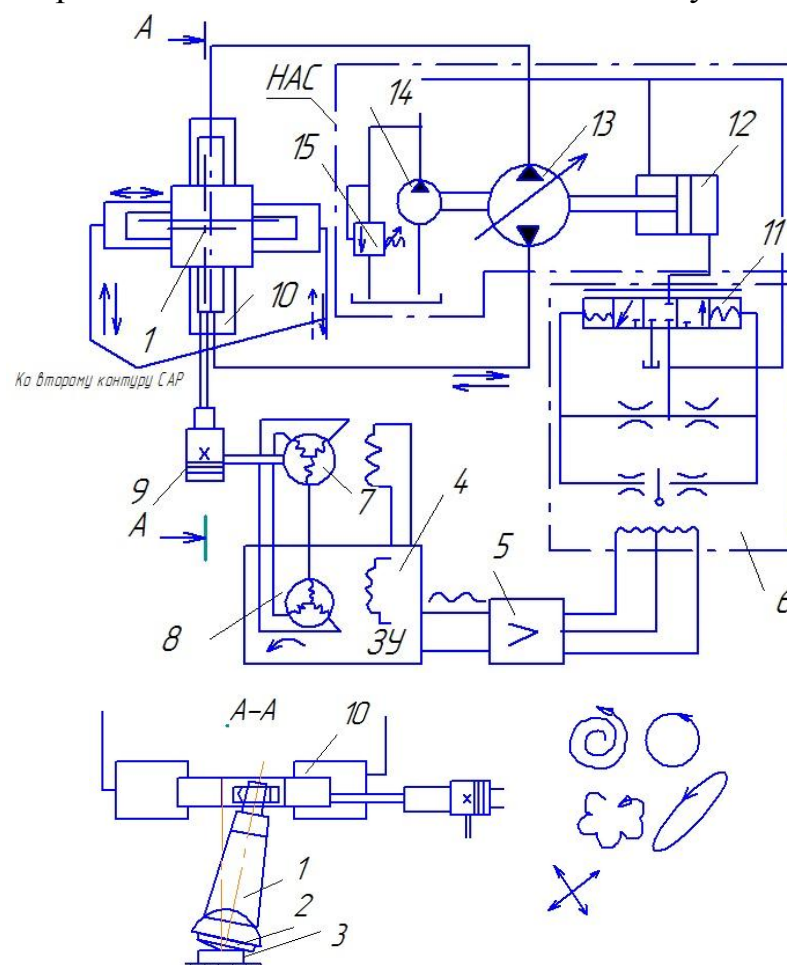


Рис. 3. Спрощена схема САР преса для штампування обкатування (Види коливальних рухів чинених інструментом, які забезпечує САР)

Зі схеми на рис. 3 видно робота САР преса для штампування обкатування (варіант виконання), розробленого на кафедрі обробки металів тиском. Зазначена САР складається з двох ідентичних контурів і призначена для повідомлення складного коливального рухомому пресувателю І, на якому встановлений деформуючий інструмент 2.

При цьому інструмент виробляє локальну деформацію заготовки 3, завдяки чому неодноразово знижується потрібне зусилля деформування, з'являється можливість використання холодного штампування. Устаткування для штампування обкатування на порядок легше традиційного ковальсько-пресового устаткування аналогічних можливостей.

САР преса працює наступним чином (розглядаємо один з контурів системи).

Задавальний пристрій (ЗУ) 4 виробляє сигнал неузгодженості, пропорційний різниці положень між сельсином, пов'язаним через редуктор 9 з гідроциліндром 10, безпосередньо впливає на пресуватель І. Задає пристрій, куди надходить аналогічно і сигнал про іншої пари гідроциліндрів, виробляє два модульованих напруги, які в залежності від необхідного виду хитань інструменту розрізняються по фазі, амплітуді, частоті і є вхідними впливами для двох контурів САР. Наприклад, коли потрібно обертальний обкатують рух, зазначені сигнали мають однакову амплітуду і частоту, носять синусоїдальний характер і мають зсув фаз 90° .

Кожен з сигналів надходить в електронний підсилювач 5, а потім в електрогідравлічний підсилювач "сопло-заслінка" 6, що складається з ГУ та ЕМР. Золотник ІІ зі стежить втулкою, яка пов'язана з штоком гідроциліндра 12, керуючим продуктивністю насоса 13, входять в гідроагрегат аксіально-поршневого насоса типу НАС, що випускається заводом "Гідропривід". Сюди ж входить допоміжний насос 14 і напірний гідроклапан 15. Виконавчим органом САР є пара гідроциліндрів 10, що безпосередньо впливають на пресуватель.

Аналогічні розглянутим системи авторегулювання, що забезпечують стабільність товщини листа прокатного стану, САР усуваючий перекид траверси у Гідропрес 650 МН, експортованого до Франції, САР кувального маніпулятора і ін

Найважливіші етапи аналізу та синтезу САР, розглянуті далі, представлені у вигляді прикладів вирішення завдань, причому в кожному з розділів розглядаються зазначені етапи, поряд з іншими системами, на прикладі системи авторегулювання верстата для ротаційно-давильних робіт.

Придбані студентами навички у вирішенні завдань і прикладів можуть слугувати основою більш поглибленого вивчення САР та придбання навичок проектування при необхідності систем з коригуючими ланцюгами.

II. СКЛАДАННЯ РІВНЯННЯ І СТРУКТУРНИХ СХЕМ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ

Ланки як елементи структурної схеми системи автоматичного регулювання.
Диференціальні рівняння і передавальні функції ланок

Контрольні питання

1. Поняття "динамічне ланка".
2. Диференціальні рівняння, що описують динамічні ланки.
3. Пряме і зворотне перетворення Лапласа.
4. Приведення диференціальних рівнянь до операторній формі.
5. Рішення операторних рівнянь.
6. Передавальні функції ланок.

[Т, с.56-61, 69-90].

Приклади розв'язання задач

Приклад I. Скласти диференціальне рівняння гідравлічного двигуна поступального руху (див.рис. 2) і отримати його передатну функцію. При цьому зовнішнім навантаженням і масою поршня знехтувати. Вважати, що швидкість V проходження рідини через щілини золотника постійна.

Принципова пристрій гідродвигуна показано на рис. 4. Рідина високого тиску надходить від насоса в порожнину I або II робочого циліндра, викликаючи переміщення поршня. Управління рухом поршня здійснюється при переміщенні золотника.

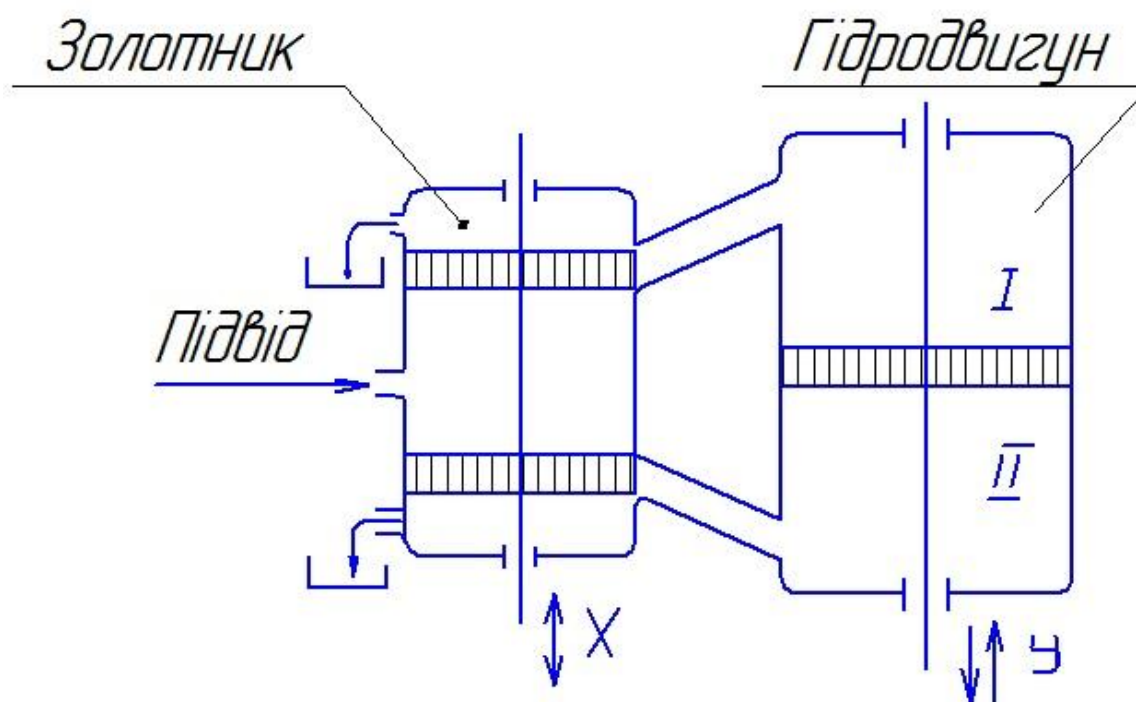


Рис. 4. Схема управління гідроциліндра

Рішення. Використовуючи рівняння безперервності струмені рідини, отримуємо

$$F = \frac{dy}{dt} = Vbx, \quad (1)$$

де b - ширина отвору; x - переміщення золотника; V - швидкість рідини в перерізі bx ; y - переміщення поршня; V - швидкість переміщення поршня; F - площа поршня;

$F \frac{dy}{dt}$ - секундний об'єм масла, що надходить у порожнину циліндра.

Так як $V = \text{const}$, то $\frac{dy}{dt} = kx$ або $y = K \int_0^t x dt$, де $K = Vb / F$.

Або в операторному вигляді $y(p) = K \frac{1}{p} x(p)$.

Звідки передатна функція гідродвигуна

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{K}{p}. \quad (2)$$

Приклад 2. Отримати передатну функцію гідромотора, що входить в систему автоматичного регулювання верстата для ротаційно-давильних робіт (см. рис. 2). Навантажувальна характеристика має вигляд, показаний на рис. 5. Статичним моментом у порівнянні з динамічним на валу двигуна знехтувати.

Рішення. Залежність між вихідною величиною - кутовою швидкістю обертання вала гідромотора Ω і вхідний - подачею рідини в гідромотор Q може бути знайдена з рівняння

$$\Omega = K_m \cdot Q - K_1 \cdot M, \quad (3)$$

де K_m - коефіцієнт передачі гідромотора; визначається з статичної характеристики при холостому ході:

$$K_m = \frac{\Omega}{Q} = \frac{1}{q_r}, \quad (4)$$

q_r - Витрата рідини при повороті ротора гідромотора на один радіан; K_1 - коефіцієнт еластичності механічної характеристики (див. рис. 5):

$$K_1 = \frac{\Delta \Omega}{\Delta M}.$$

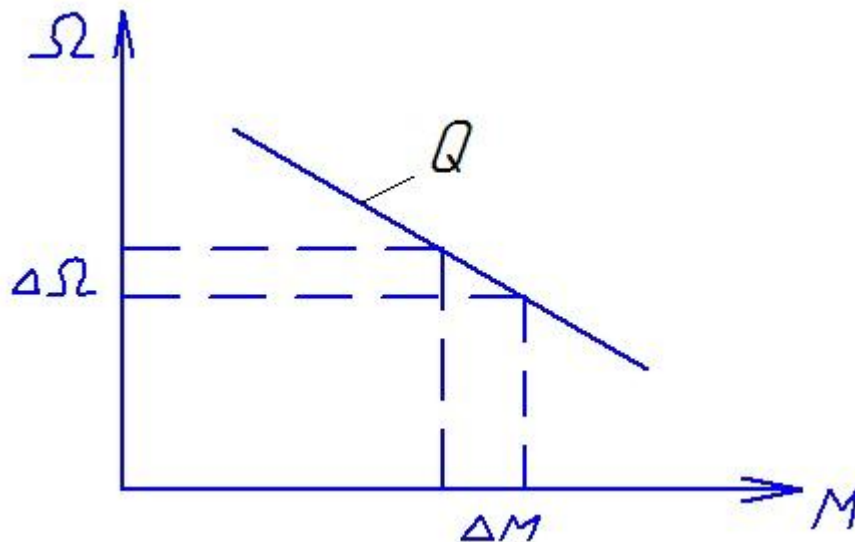


Рис. 5. Навантажувальна характеристика гідромотора
З рівняння (3) отримуємо

$$M = \frac{K_M}{K_1} \cdot Q - \frac{1}{K_1} \Omega. \quad (5)$$

Враховуючи, що момент M дорівнює сумі динамічного і статичний τ ського моментів, а також враховуючи умови задачі, можемо записати

$$I \frac{d\Omega}{dt} + \frac{1}{K_1} \cdot \Omega = \frac{K_M}{K_1} Q. \quad (6)$$

У рівнянні (6) величина I являє собою момент інерції обертових частин, приведений до валу гідромотора.

В операторном вигляді останнє рівняння може бути записано в вигляді

$$I_p \cdot \Omega(p) + \frac{1}{K_1} \Omega(p) = \frac{K_M}{K_1} Q(p). \quad (7)$$

Звідки:

$$W(p) = \frac{\Omega(p)}{Q(p)} = \frac{K_M}{1 + T_M \cdot p}.$$

(8)

Приклад 3. Визначити передаточну функцію пасивного коректуючого контуру (рис.6) [2].

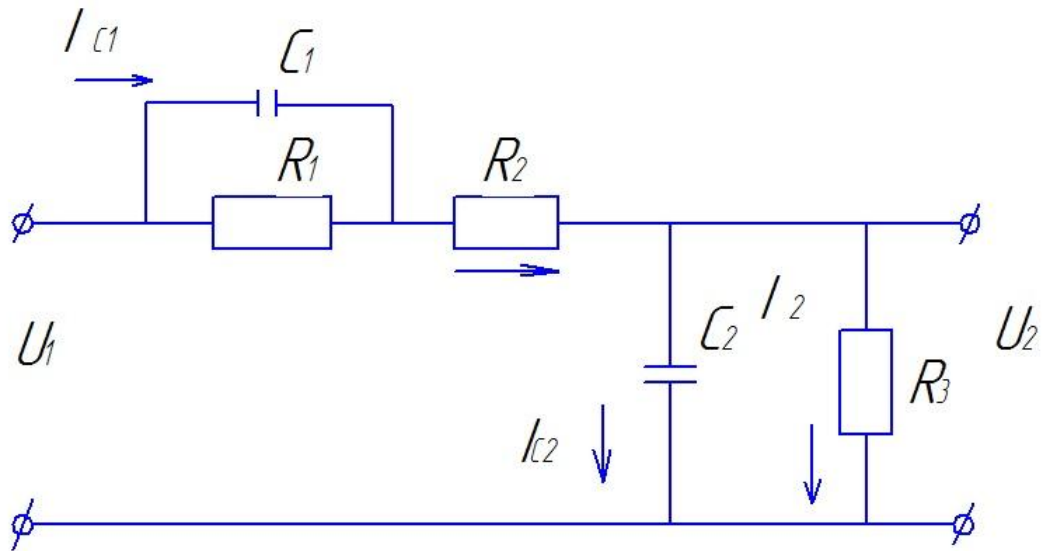


Рис.6. Пасивний коригувальний контур

Рішення. Для схеми (рис. 6) можна записати наступну систему рівнянь:

$$U_1 = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I + R_3 \cdot I_2 \quad (9)$$

$$R_1 I_1 = \frac{I_{C1}}{dC_1 / dt}, \quad (10)$$

$$R_3 I_2 = \frac{I_{C2}}{dC_2 / dt}, \quad (11)$$

$$I_1 + I_{C1} = I_2 + I_{C2} = I. \quad (12)$$

З рівнянь (10) і (11) знаходимо і підставляємо в формулу (12), звідки

$$I = \left(1 + R_3 \frac{dC_2}{dt} \right) I_2, \quad (13)$$

$$I_1 = \frac{1 + R_3 \frac{dC_2}{dt}}{1 + R_1 \frac{dC_1}{dt}} \cdot I_2. \quad (14)$$

Підставляючи в рівняння (9) і беручи до уваги, що $U_2 = R_3 \cdot I_2$, одержуємо

$$U_1 = \frac{1 + R_3 \frac{dC_2}{dt}}{1 + R_1 \frac{dC_1}{dt}} I_2 R_1 + \left(1 + R_3 \frac{dC_2}{dt} \right) I_2 R_2 + U_2 \quad (15)$$

У операторном вигляді рівняння (15) можна записати наступним чином:

$$U_1 = \frac{1 + R_3 \cdot C_2 \cdot p}{1 + R_1 \cdot C_1 \cdot p} I_2 R_1 + (1 + R_3 \cdot C_2 \cdot p) I_2 R_2 + U_2.$$

Перетворюючи, знаходимо передавальну функцію контуру:

$$W(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = K_{01} \frac{1 + T_{11} \cdot p}{\frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} T_{11} \cdot T_{23} \cdot p^2 + \frac{(R_2 + R_3) \cdot T_{11} + (R_1 + R_2) \cdot T_{23}}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot p + 1},$$

$$\text{де: } K_{01} = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad T_{11} = C_1 \cdot R_1; \quad T_{23} = C_2 \cdot R_3.$$

Приклад 4. Визначити, до якого типу динамічних ланок відноситься рухома система приладу з заспокоювачем (рис.7, д). Прилад має рівномірну шкалу.

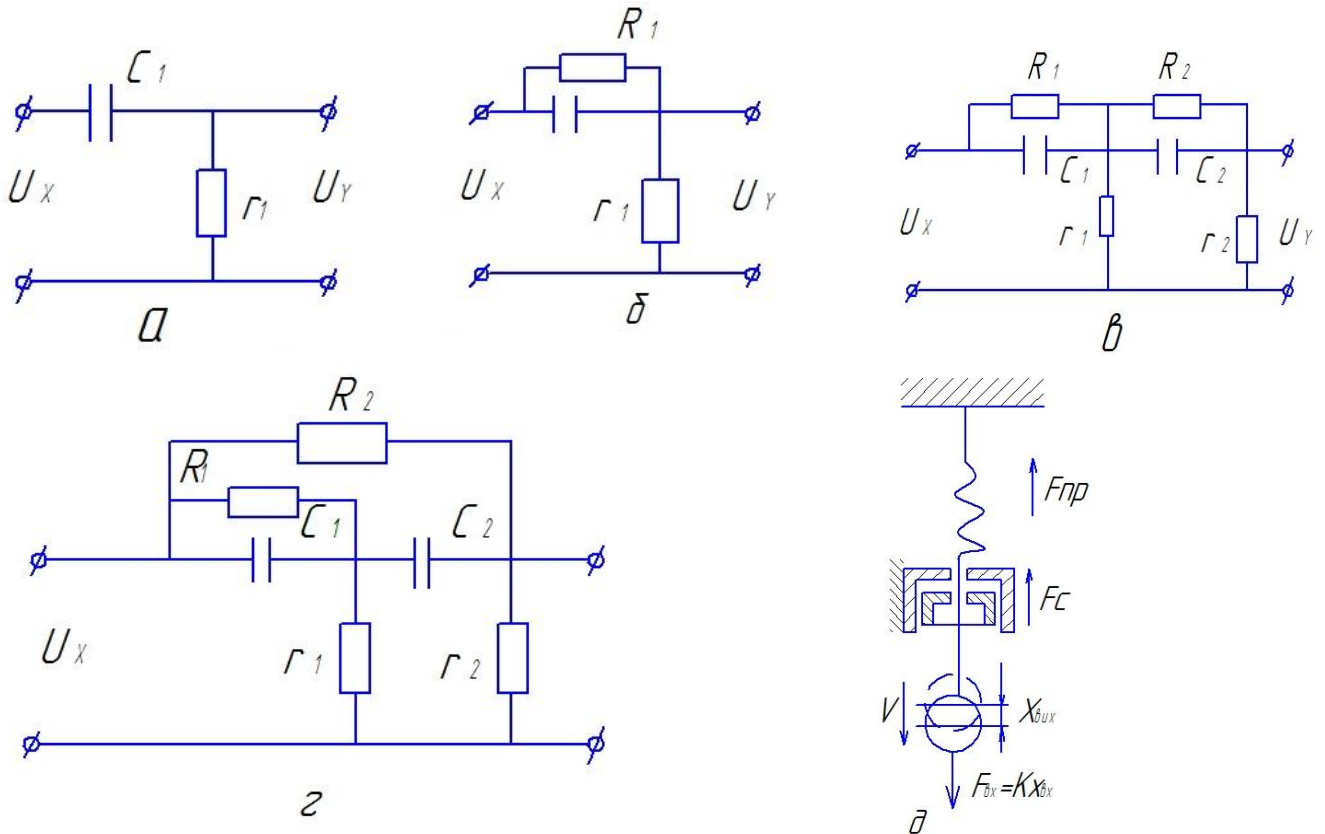


Рис.7. До прикладу 4 і задачі 3

Рішення. Виведемо диференціальне рівняння коливань розглядають пристрої. У першому наближенні можна вважати силу опору руху поршня заспокоювача F_C прямо пропорційної швидкості руху і спрямованої їй назустріч:

$$F_C = -A_1 \cdot v, \quad (16)$$

де A_1 - постійний коефіцієнт; v - швидкість руху заспокоювача.

Зусилля пружини F_{np} прямо пропорційно відхиленню заспокоювача від положення рівноваги і спрямована в бік положення рівноваги:

$$F_{np} = -A_2 \cdot \chi_{вих}, \quad (17)$$

де A_2 - коефіцієнт пружності; $\chi_{вих}$ - відхилення заспокоювача від положення рівноваги.

У приладах з рівномірною шкалою на заспокоювач діє сила, прямо пропорційна вимірюваній приладом величиною. Ця сила спрямована від положення рівноваги:

$$F_{\text{ex}} = K \cdot \chi_{\text{ex}}, \quad (18)$$

де K - коефіцієнт пропорційності; χ_{ex} - вимірювана величина.

З урахуванням викладеного, можемо записати

$$F_C + F_{np} + F_{\text{ex}} = ma, \quad (19)$$

де m - маса рухомої системи; a - її прискорення.

$$\text{Так як } a = \frac{d^2 \chi_{\text{вux}}}{dt^2}, \quad v = \frac{d \cdot \chi_{\text{вux}}}{dt},$$

з рівняння (19) отримаємо

$$-A \frac{d \chi_{\text{вux}}}{dt} - A_2 \cdot \chi_{\text{вux}} + K \cdot \chi_{\text{ex}} = m \frac{d^2 \chi_{\text{вux}}}{dt^2}.$$

Або в стандартному вигляді

$$T^2 \frac{d^2 \chi_{\text{вux}}}{dt^2} + 2\eta \cdot T \cdot \frac{d \chi_{\text{вux}}}{dt} + \chi_{\text{ex}} = K \cdot \chi_{\text{ex}}, \quad (20)$$

$$\text{де } T = \sqrt{\frac{m}{A_2}}; \quad \eta = \frac{A}{2\sqrt{mA_2}}.$$

Таким чином, рухлива система приладу з заспокоювачем представляє собою ланку II порядку.

Завдання для самостійного рішення

Завдання 1. Скласти диференціальне рівняння, яке встановлює залежність між струмом керуючого реле і кутому повороту валу керма електрогідравлічної рульової машини (рис. 8).

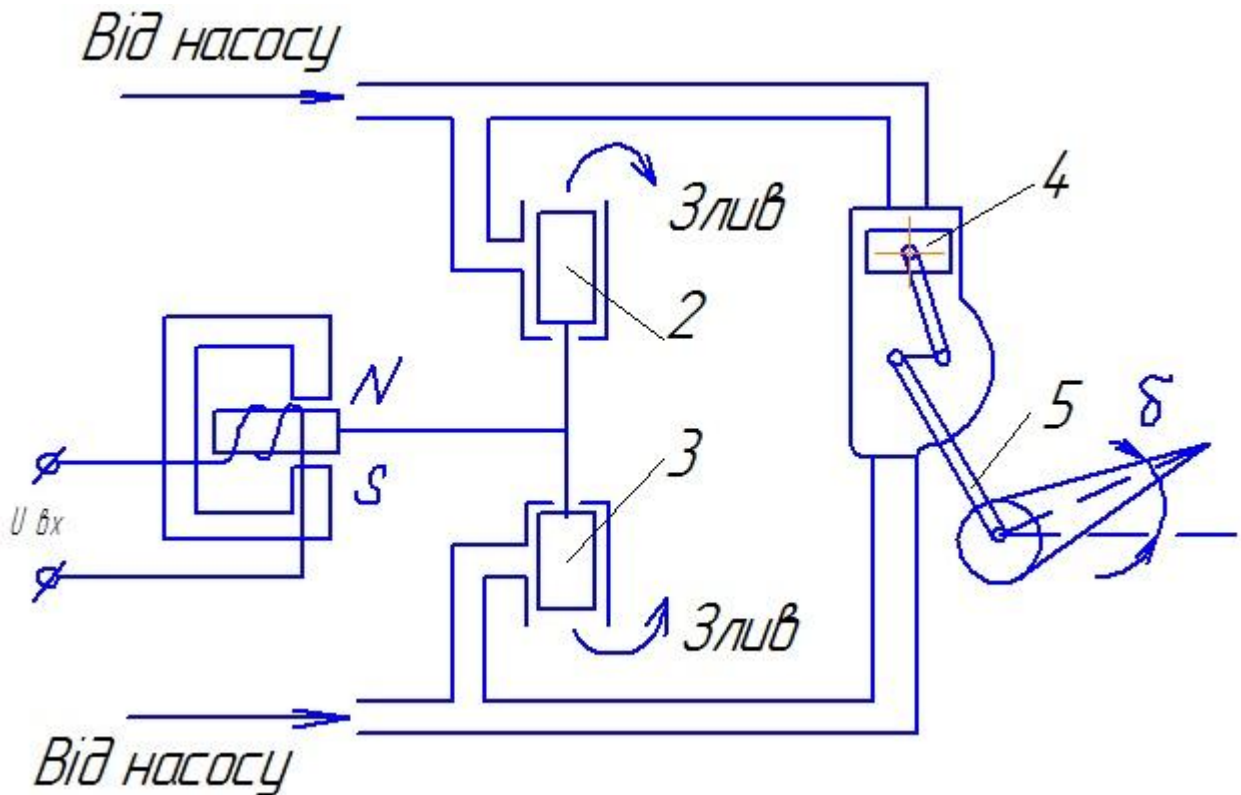


Рис.8. До задачі I: 1 - керуюче реле; 2,3 - золотникові поршні; 4 - робочий поршень; 5 - вал керма

Відповідь:
$$I \frac{d^2 \delta}{dt^2} + K_v \frac{d\delta}{dt} + K_n \cdot \delta = K_m \cdot i_x,$$

Де I - ведений момент інерції рухомих частин рульової машини і навантаження;

K_v - коефіцієнт швидкісного опору; K_n - коефіцієнт позиційного (шарнірного) моменту; K_m - коефіцієнт моментної характеристики рульової машини; δ - кут повороту вала рульової машини; i_x - вхідний струм керуючого реле.

Завдання 2. Скласти диференціальне рівняння й одержати передавальну функцію електричної рульової машини постійного струму з незалежним збудженням (рис. 9). Для спрощення рішення знехтувати моментом опору, що складається з моментів тертя в редукторі демпфуючого і шарнірного, і не враховувати вплив індуктивності в обмотці якоря.

Відповідь:
$$I \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{K_1 \cdot K_E}{R_{\text{я}}} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = \frac{K_1}{R_{\text{я}}} U_x,$$

де I - приведений до валу керма момент інерції якоря двигуна;

K_1 і K_E - коефіцієнти пропорційності рухомого моменту двигуна з відповідально вхідній напрузі і струму; $R_{я}$ - опір якоря.

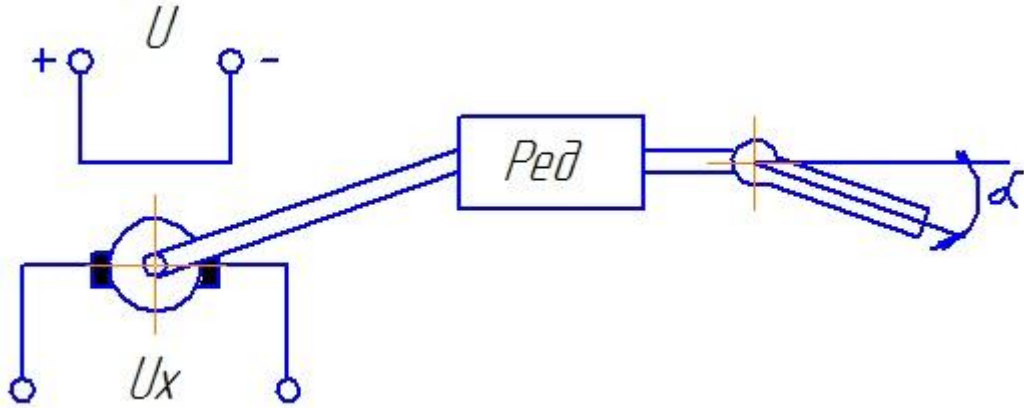


Рис.9. Схема електричної рульової машини

Завдання 3. Скласти диференціальні рівняння та отримати передавальні функції для схем (див.рис. 7, а, б, в, г).

Відповідь:

$$\text{а) } T_1 \frac{dU_y}{dt} + U_y = T_1 \frac{dU_x}{dt}, \text{ де } T_1 = r_1 \cdot C_1;$$

$$\text{б) } T_1 \frac{dU_y}{dt} + \left[1 + \frac{R_1}{r_1} \right] \cdot U_y = T_1 \frac{dU_x}{dt} + U_x, \text{ де } T_1 = R_1 \cdot C_1;$$

$$\text{в) } T_3 T_2 = \frac{d^2 U_y}{dt^2} + (T_3 + T_4) \frac{dU_y}{dt} + U_y = K \left[T_1 T_2 \frac{d^2 U_x}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{dU_x}{dt} + U_x \right],$$

де коефіцієнти знаходять з наступних співвідношень:

$$T_1 = R_1 \cdot C_1, \quad T_2 = R_2 \cdot C_2, \quad T_3 T_4 = K \cdot T_1 \cdot T_2,$$

$$T_3 + T_4 = K \left[T_1 \left(1 + \frac{R_2}{r_2} \right) + T_2 \cdot \left(1 + \frac{R_1}{r_1} + \frac{R_1}{r_2} \right) \right];$$

$$\text{г) } T_3 T_4 \cdot \frac{d^2 U_y}{dt^2} + (T_3 + T_4) \frac{dU_y}{dt} + U_y = K \left[T_1 T_2 \frac{d^2 U_x}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{dU_x}{dt} + U_x \right];$$

$$T_1 T_2 = K_1 \cdot R_1 \cdot C_1 \cdot R_2 \cdot C_2; \quad T_3 T_4 = K \cdot K_1 \cdot R_1 \cdot C_1 \cdot R_2 \cdot C_2;$$

$$T_1 + T_2 = K_1 (R_1 \cdot C_1 + R_1 \cdot C_2 + R_2 \cdot C_2);$$

$$T_3 + T_4 = K_1 (R_1 C_1 + R_1 C_2 + K R_2 C_2);$$

$$K_1 = \frac{r_1}{R_1 + r_1}; \quad K = \frac{r^2}{R_2 + r_2} = \frac{T_3 \cdot T_4}{T_1 \cdot T_4}.$$

Тут і далі використані окремі завдання з [2, 3].

Порядок складання та перетворення структурних схем систем автоматичного регулювання

Контрольні питання

1. Поняття структурних схем.
2. Послідовне з'єднання ланок.
3. Паралельне з'єднання ланок.
4. Передаточна функція ланки, охопленого зворотним зв'язком.
5. Задачі перетворення багатоконтурних структурних схем.
6. Перетворення структурних схем на основі способу переключання (перетину зв'язків).

[1, с.102-127; 2, с.30-52].

Приклади розв'язання задач

Приклад 5. Скласти структурну схему системи автоматичного регулювання верстата для ротаційно-давильних робіт (див.рис.1).

Рішення. Обхід контуру системи авторегулювання будемо виробляти у напрямку передачі вхідного впливу.

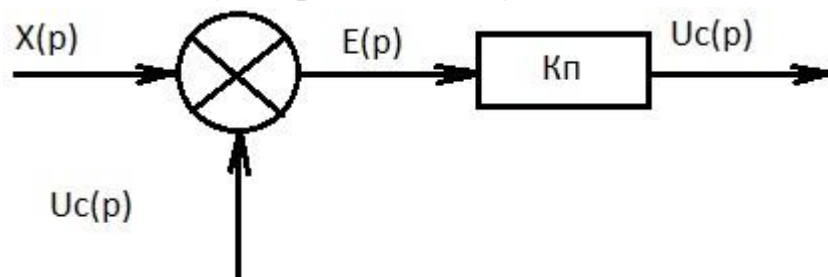
1. Вимірювальний пристрій - потенціометр.

Встановлює напруга U_c прямо пропорційно величині неузгодженості $\varepsilon = x - y$;

$$U_c = K_n \cdot \varepsilon.$$

Передатна функція вимірювального приладу $W_p = \frac{U_c(p)}{\varepsilon(p)} = K_n$.

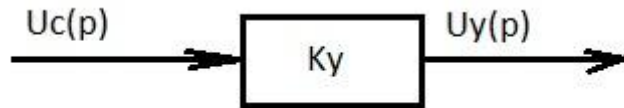
Структурна схема може бути представлена у вигляді:



2. Електронний підсилювач являє собою підсилювальний ланцюг з передатною функцією

$$W(p) = \frac{U_y(p)}{U_c(p)} = K_y.$$

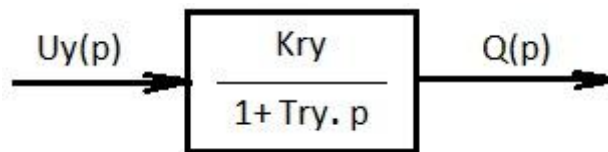
Структурна схема:



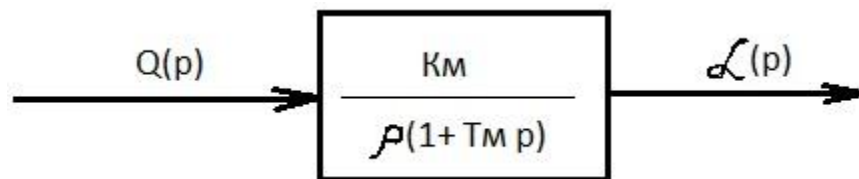
3. Гідропідсилювач може бути умовно розглянуто як аперіодична ланка з передавальною функцією (без виведення)

$$W(p) = \frac{Q(p)}{U_y(p)} = \frac{K_{ГВ}}{1 + K_{ГВ} \cdot p}$$

Структурна схема гідропідсилювача:



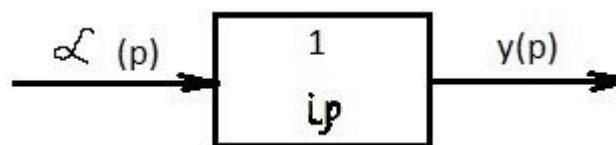
4. Виконавчий пристрій - гідромотор. Передатна функція була отримана раніше.



5. Редуктор

$$i_p = \frac{\alpha}{y} \text{ рад/мм};$$

$$W_p = \frac{y(p)}{\alpha(p)} = \frac{1}{i_p}$$



Структурна схема САР з урахуванням викладеного може бути представлена у вигляді (схема відноситься до нескоректованої системи, складеної з одних функціонально необхідних елементів):

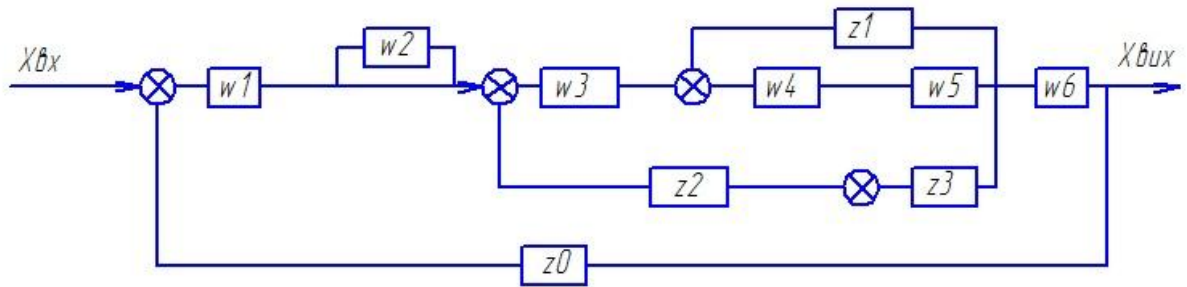
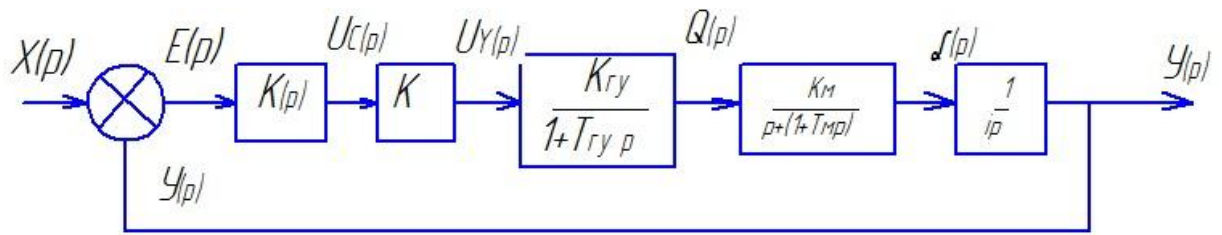


Рис.10. Структурна схема САР

Приклад 6. Перетворити структурну схему (рис. 10) системи автоматичного регулювання і отримати в загальному вигляді вираз передавальної функції замкнутої системи.

Рішення. Перетворення структурної схеми, яка має перехресні паралельні зв'язки, робимо методом перемикання зв'язків.

Місцевий зворотний зв'язок, що надходить через ланку Z на вхід ланки W_4 , перенесемо на вхід ланки W_3 . Щоб результат не змінився, додамо в ланцюг цьому зв'язку послідовну ланку $\frac{1}{W_3}$. Зворотний зв'язок з передавальної функцією, яка дорівнює одиниці, що подається на вхід ланки Z_2 , а з виходу W_5 замінимо зв'язком з передавальної функцією $\frac{1}{W_5}$ з виходу ланки W_5 . Паралельні, згідно включені ланки з передавальними функціями 1 і W_2 замінимо однією ланкою $1 + W_2$. Після цього структурна схема прийме вигляд, показаний на рис. II, а.

Потім замінимо два паралельних, згідно включених ланки Z_3 і $\frac{1}{W_5}$ в колі зворотного зв'язку еквівалентною ланкою з передавальною функцією $\frac{Z_3 + 1}{W_5}$.

Тепер маємо два паралельні ланцюги зворотного зв'язку (рис. 11,6), які можна замінити еквівалентною ланкою з передавальною функцією.

$$Z_{\text{э}} = \frac{Z_1}{W_3} + \frac{Z_2}{W_5} + Z_2 Z_3 .$$

Замінюючи ділянку прямої ланцюга системи, охопленої місцевої зворотним зв'язком $Z_{\text{э}}$, еквівалентним ланкою з передавальною функцією

$$W_{\text{э}} = \frac{W_3 \cdot W_4 \cdot W_5}{1 + W_3 \cdot W_4 \cdot W_5 \cdot Z_{\text{э}}} .$$

отримуємо остаточно одноконтурну структурну схему (рис. II, в), для якої передатна функція розімкнутої системи має вигляд

$$W = W_1 (1 + W_2) \cdot W_{\text{э}} \cdot W_6 \cdot Z_c$$

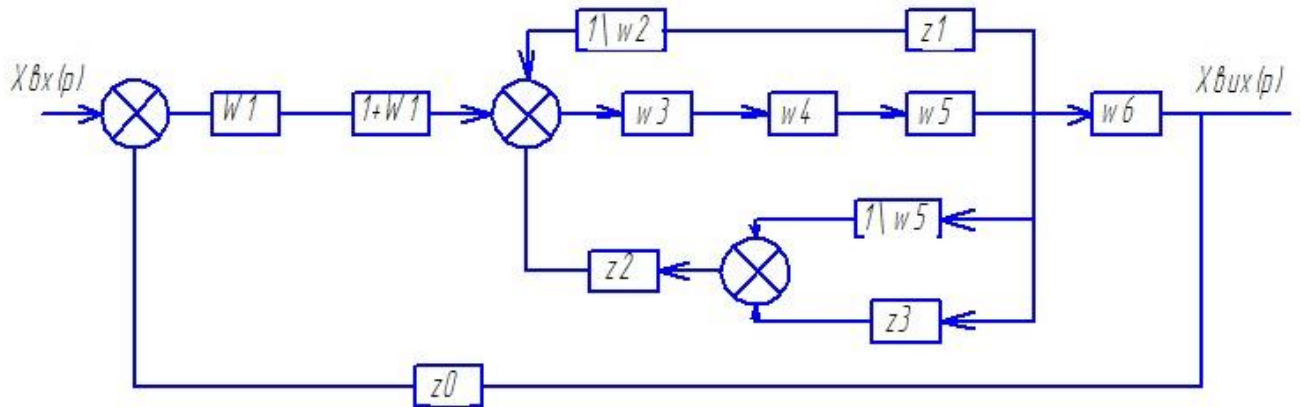
Передавальна функцій замкнутої системи

$$\frac{\chi_{\text{вих}}(p)}{\chi_{\text{вх}}(p)} = \frac{W_1 \cdot (1 + W_2) \cdot W_{\text{э}} \cdot W_6}{1 + W} .$$

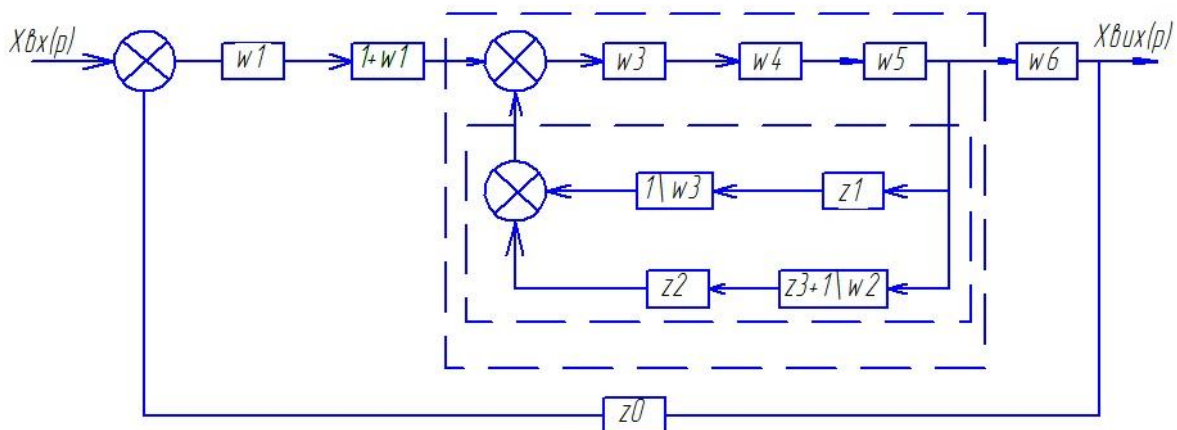
Завдання для самостійного рішення

Завдання 4. Для структурної схеми, показаної на рис. 12:

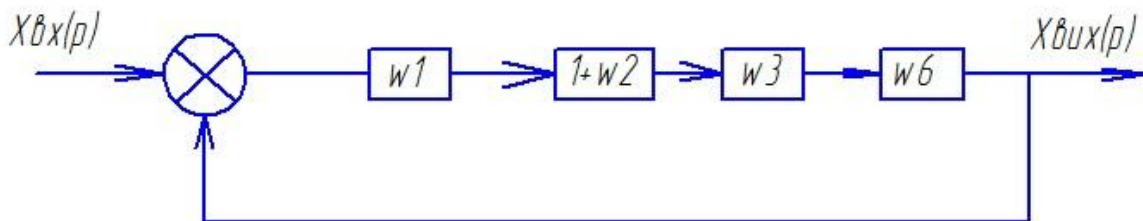
- здійснити перенесення лінії зворотного зв'язку ланки 7 із ланки 2 на ланку 5;
- зазначити в новій схемі ті ланки, у яких змінився режим роботи.



a



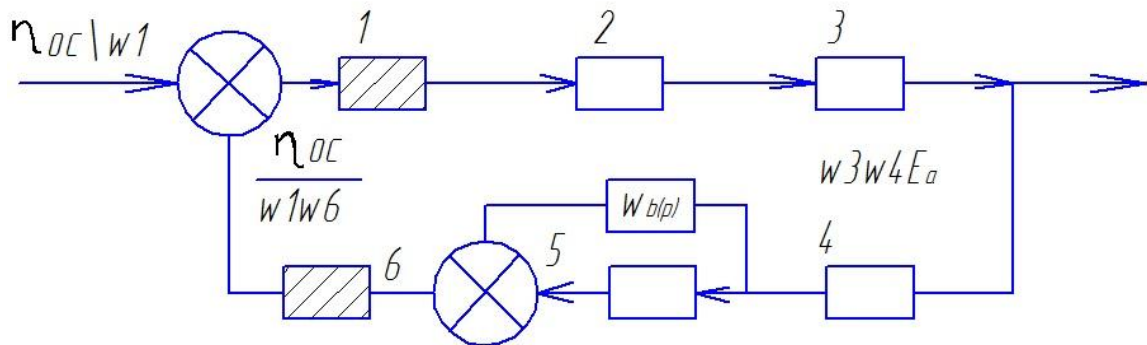
b



c

Рис.11. Перетворення структурної схеми

Відповідь:



Заштриховані ланки 1 і 6 не еквівалентні, в новому режимі повинні пропускати сигнали

$$\frac{r_{OC}}{W_1} \quad \text{і} \quad \frac{r_{OC}}{W_1 \cdot W_6} :$$

$$W_B(p) = \frac{1}{W_1(p)} \cdot \frac{1}{W_6(p)} \cdot W_7(p) \cdot \frac{1}{W_3(p)} \cdot \frac{1}{W_4(p)} = \frac{T_7(T_6 p + 1)}{K_1 \cdot K_3 \cdot K_4 \cdot K_6 (T_1 p + 1)}$$

Задача 5. Згорнути структурну схему САР (рис. 13) і визначити її передатну функцію.

Відповідь:

$$W(p) = \frac{W_2 \cdot W_6 \cdot [W_3 \cdot W_4 \cdot W_5 + W_7]}{1 - W_2 W_3 W_4 [W_8 + W_8 W_7 W_6 W_9 + W_5 W_6 W_{10}] - W_6 [W_4 W_5 W_9 - W_2 W_7 W_{10}]}$$

Задача 6. Згорнути структурну схему САР (рис. 14) і визначити передавальні функції замкнутої системи по основному каналу і передатну функцію помилки, якщо

$$W_1 = \frac{K_1}{T_1 p + 1}, \quad W_2(p) = \frac{K_2}{T_2 p + 1}; \quad W_3(p) = \frac{K_3}{T_3 p}; \quad W_4 = \frac{T_3 p}{K_3}.$$

Відповідь:
$$\Phi(p) = \frac{[W_1(p) \cdot W_2(p) + W_4(p) \cdot W_3(p)]}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p)},$$

$$\Phi(p) = 1 - \Phi(p) = 0$$

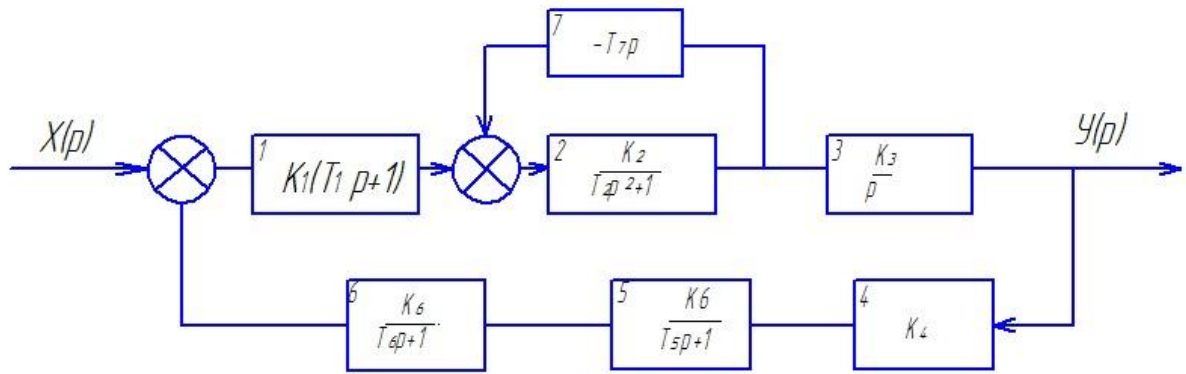


Рис.12, До задачі 4

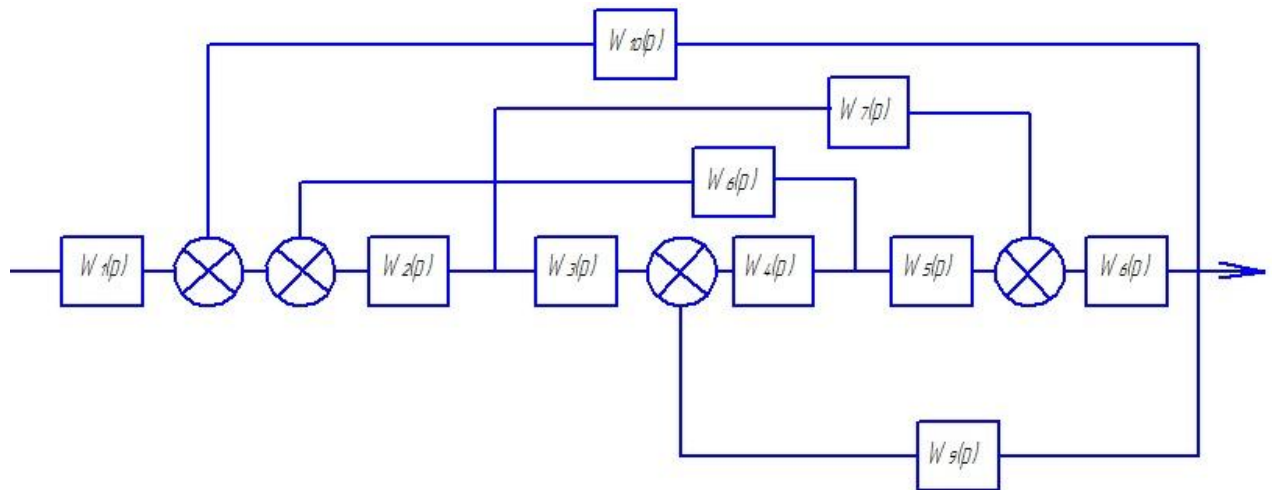


Рис.13. Вихідна структурна схема(задача5)

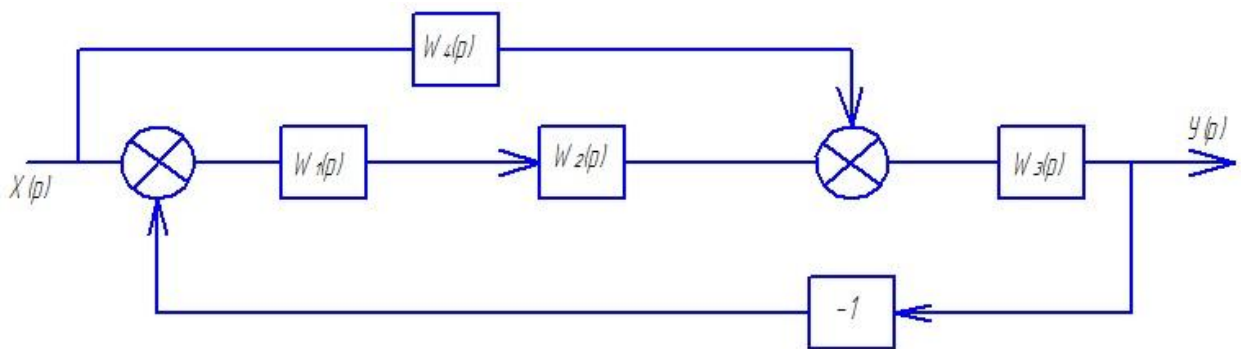


Рис.14. Вихідна структурна схема(задача6)

ІІІ. ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ

Контрольні питання

1. Замкнуті і розімкнуті САР.
 2. Амплітудно-частотні $A(\omega)$, фазочастотні $\varphi(\omega)$, амплітудно-фазові характеристики розімкнутих систем.
 3. Логарифмічні амплітудна і фазові частотні характеристики.
 4. Частотні характеристики замкнутих систем:
 - речова частотна характеристика $P(\omega)$;
 - уявна частотна характеристика $Q(\omega)$;
 - амплітудно-частотна характеристика;
 - фазочастотна характеристика.
- [I, с.61-65].

Приклади розв'язання задач

Приклад 7. Побудувати амплітудно-частотні, фазочастотні і амплітудно-фазові характеристики аперіодичної ланки з передавальною функцією при

$$W(p) = \frac{K}{1 + T_p p}$$

$T = 2,5$ с, $\Gamma = 0,5$ с, $K=1$.

Рішення. Заміняючи p на $j\omega$ в передавальній функції, одержуємо вираз для амплітудно-частотної та фазочастотної характеристик:

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \cdot T^2}}; \quad \varphi(\omega) = \arctg [W(j\omega)] = \arctg \omega \cdot T.$$

Підставивши числові значення T , обчислимо $A(\omega)$ і $\varphi(\omega)$ (табл.1).

Графіки шуканих характеристик зображені на рис. 16, а, б, в.

Таблиця 1

T=2,5 с			T=0,5 с		
ω	$A(\omega)$	$\varphi(\omega)$	ω	$A(\omega)$	$\varphi(\omega)$
1	2	3	4	5	6
0,5	0,622	-51°6'	1	0,895	-26°36'
1	0,327	-68°24'	2	0,708	-46°
1,5	0,258	-75°6'	3	0,554	-56°18'

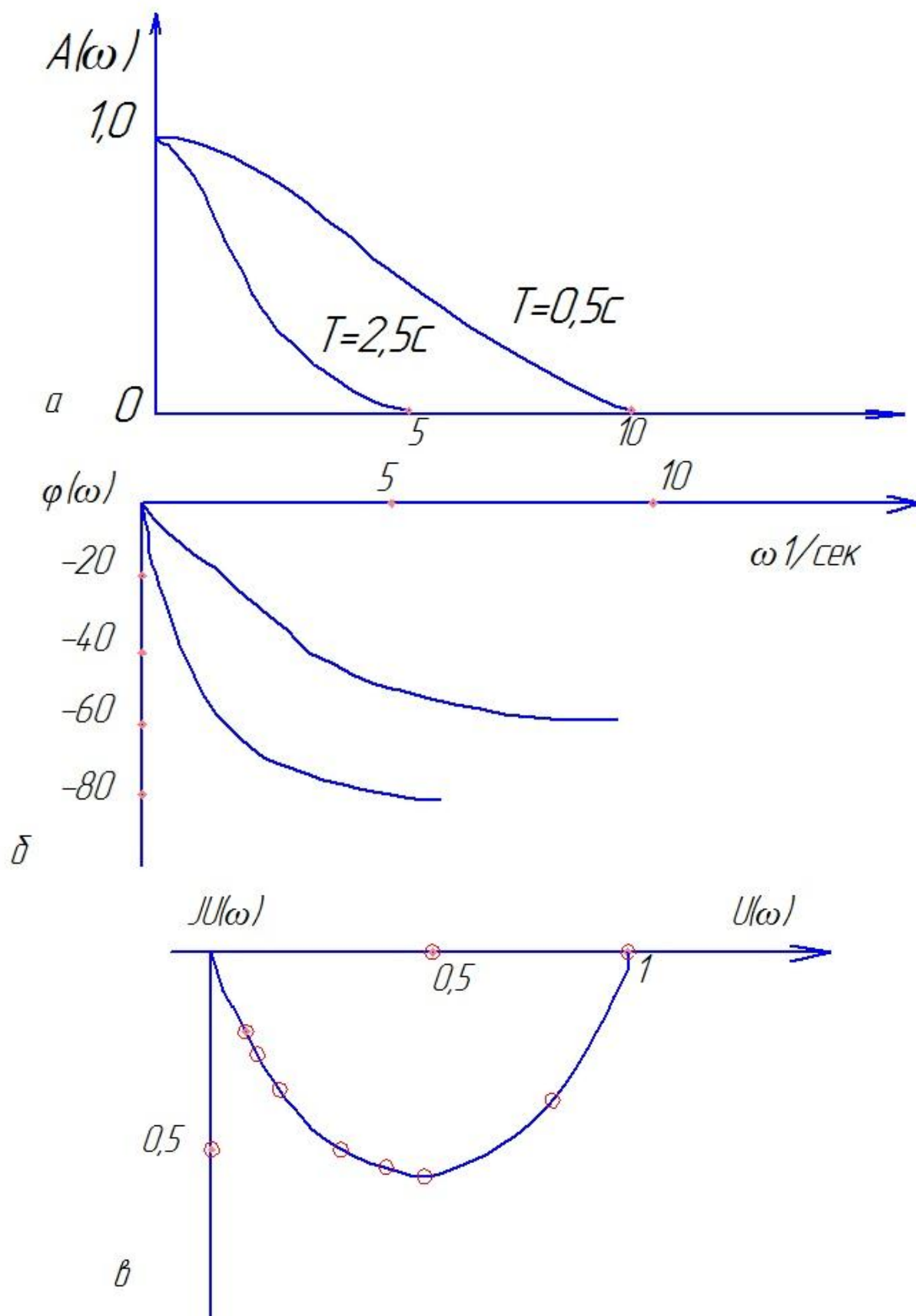


Рис.15. Частотні характеристики аперіодичної ланки

1	2	3	4	5	6
2,5	0,158	-81°	5	0,372	-68°12'
3	0,127	-82°6'	10	0,196	-78°42'
20	0,02	-86°30'	50	0,04	-87°48'

Приклад 8. Побудувати амплітудно-фазову, логарифмічні амплітудну і фазову характеристики розімкненої системи авторегулювання при наступних параметрах:

$$K = K_n \cdot K \cdot K_{ry} \cdot K_M \cdot \frac{1}{i_p} = 12 ,$$

$$T_{ГУ} = 0,12c, \quad T_M = 0,32c.$$

Рішення. Передатна функція розімкнутої САР даного верстата може бути записана у вигляді

$$W(p) = \frac{y(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K_n \cdot K \cdot K_{ry} \cdot \frac{1}{i_p}}{p(1+T_{MP}) \cdot (1+T_{ГУР})} = \frac{K}{p(1+T_{MP}) \cdot (1+T_{ГУР})}.$$

Замінюючи p на $j\omega$ передавальної функції і після нескладних перетворень, отримуємо вирази для $A(\omega)$ і $\varphi(\omega)$:

$$A(\omega) = \frac{K}{\omega} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+0,1 \cdot \omega^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+0,01 \cdot \omega^2}};$$

$$\varphi(\omega) = -90^\circ - \arctg 0,32\omega - \arctg 0,12\omega$$

Результати обчислень наведено в табл. 2.

Таблиця 2

ω	0	1	2	4	8	10	20	∞
$A(\omega)$	∞	11,85	5,22	2,46	1,02	0,79	0,303	0
$\varphi(\omega)$	-90	-114°30'	-136°	-167°36'	-206°30'	-212°54'	-238°30'	-270°

Змінюючи ω від 0 до ∞ , будуємо графік $A(j\omega)$ (рис. 16, а).

Для побудови ЛАЧХ системи прологарифмуємо вираз $A(\omega)$:

$$L(\omega) = 20 \lg [A(\omega)] = 20 \lg \frac{K}{\omega} - 20 \lg \sqrt{1+0,1\omega^2} - 20 \lg \sqrt{1+0,01\omega^2}$$

З точністю до 3дБ одержимо

$$L(\omega) = 20 \lg \frac{K}{\omega} - 20 \lg 0,32\omega - 20 \lg 0,12\omega.$$

Побудову починаємо з інтегруючої ланки. При $\omega = 1$

$$L(\omega) = 20 \lg K = 20 \lg 12 = 21,6$$

Знаходимо сполучені частоти, при яких ЛАЧХ змінює нахил:

$$\omega_1 = \frac{1}{0,32} = 3,13 \frac{1}{\text{с}}; \quad \omega_2 = \frac{1}{0,12} = 8,33 \frac{1}{\text{с}}.$$

ФЧХ будуємо, підставляючи в формулу

$$\varphi(\omega) = -90^\circ - \arctg 0,32\omega - \arctg 0,12\omega \text{ значення } \omega \text{ від } 0 \text{ до } \infty.$$

Побудовані графіки показані на рис. 16, б, в.

Приклад 9. Побудувати логарифмічні частотні характеристики системи, якщо її передавальна функція має вигляд

$$W(p) = \frac{150(1 + 0,03p)}{p(1 + 0,01p) \cdot (1 + 0,04p)}.$$

Рішення. Побудову ведемо аналогічно прикладу, розглянутому раніше. Визначаємо сполучні частоти:

$$\omega_1 = \frac{1}{0,04} = 25, \quad \frac{1}{\text{с}} (1,4 \text{дек});$$

$$\omega_2 = \frac{1}{0,03} = 33,4, \quad \frac{1}{\text{с}} (1,52 \text{дек});$$

$$\omega_3 = \frac{1}{0,01} = 100, \quad \frac{1}{\text{с}} (2 \text{дек}).$$

Побудову починаємо з інтегруючої ланки. При $\omega = 1$.

Нахил характеристики за рахунок нахилу інтегруючої ланки на ділянці $\omega < \omega_1$ складає 20 дБ / дек; $\omega_1 < \omega < \omega_3$ - 40 дБ / дек; $\omega_2 < \omega < \omega_3$ - 20 дБ / дек; $\omega > \omega_3$ нахил - 40 дБ / дек.

Враховуючи, що в систему входять крім ідеального інтегруючої ланки з передатною функцією два аперіодичних і форсуюча ланка з коефіцієнтами передачі, рівними одиниці, фазочастотних характеристик може бути записана у вигляді

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \arctg 0,01\omega - \arctg 0,04\omega + \arctg 0,03\omega.$$

Побудовані характеристики показані на рис. 17.

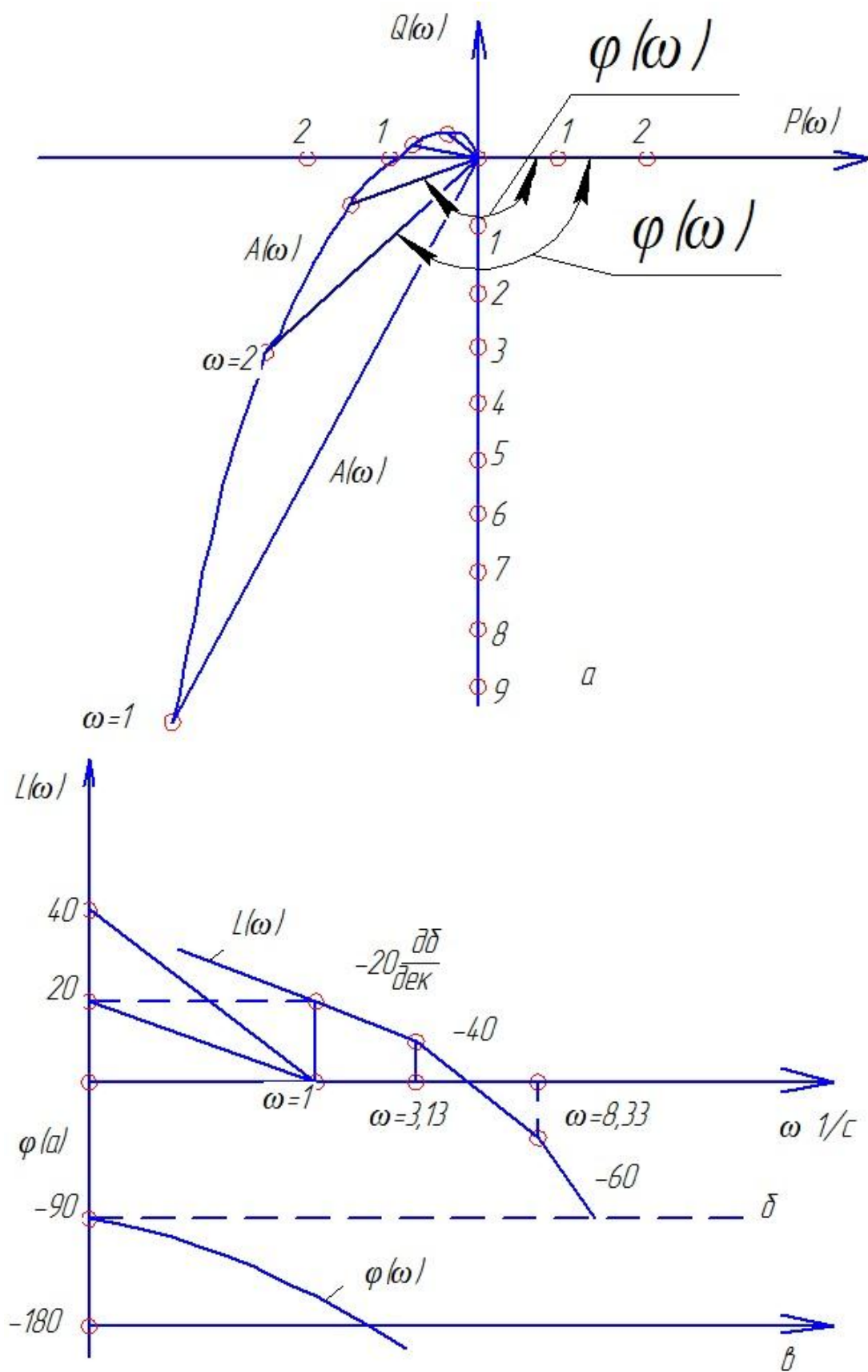


Рис.16. Амплітудно-фазова, ЛАХЧ і фазова характеристики САР

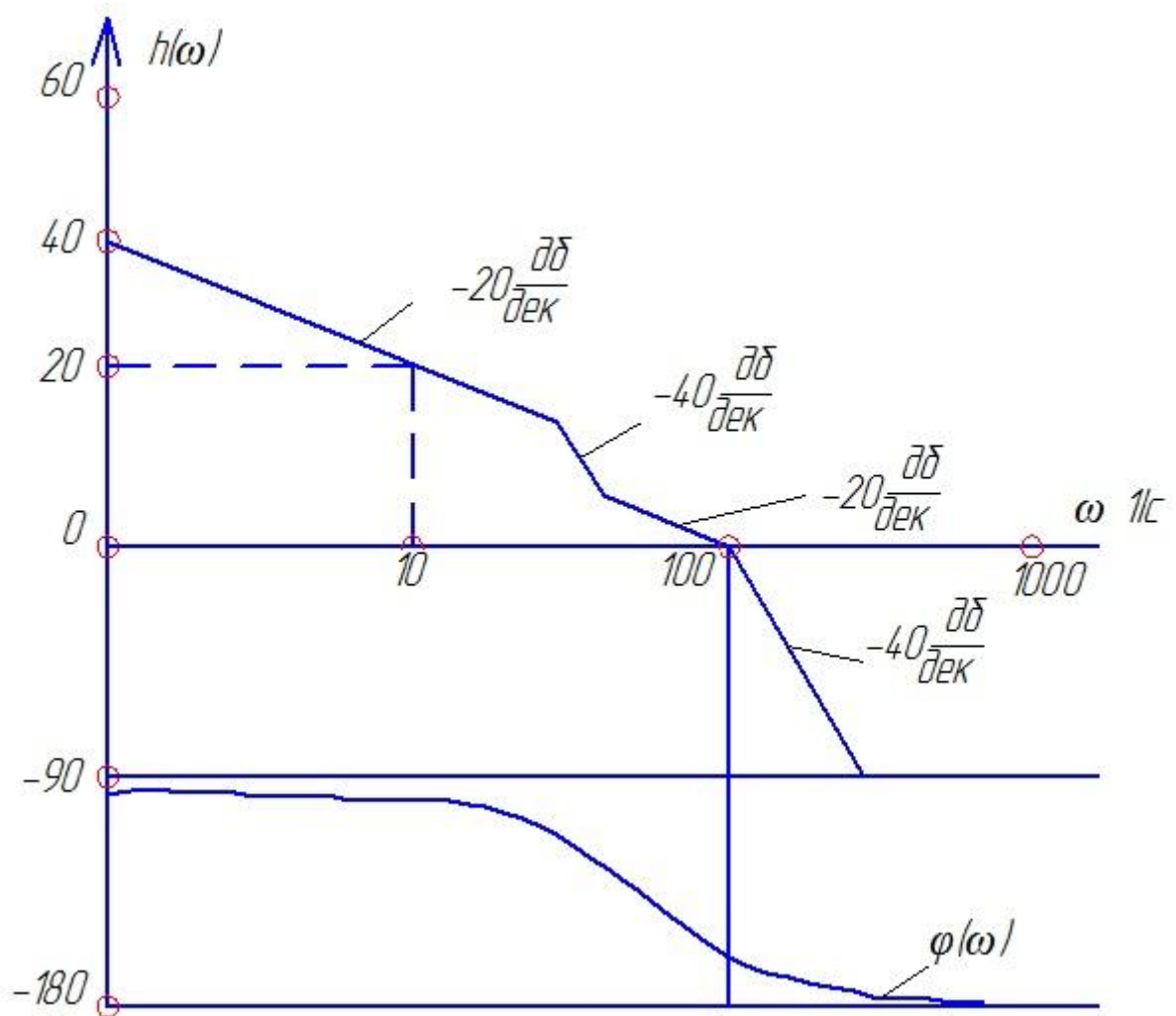


Рис.17. ЛАЧХ і ФЧХ системи авторегулювання

Завдання для самостійного рішення

Задача 7. Побудувати амплітудно-фазову характеристику САР, структурна схема якої зображена на рис. 18.

Передатна функція розімкнутої системи має вигляд

$$W(p) = \frac{K}{(T_M p + 1 + K_y K_o) p}, \text{ де } K = \frac{K_c K_y}{C_{ej}}$$

Задача 8. Побудувати асимптотичні логарифмічні амплітудно і фазочастотних характеристики, якщо відомі передавальні функції систем авторегулювання:

$$W(p) = \frac{20p}{(1+0,1)^2 (1+0,01p)}.$$

$$W(p) = \frac{10(1+0,1p)}{p^2 (1+0,05p)}.$$

$$W(p) = \frac{20p(1+0,2p)}{(1+0,1p)(1+0,05p)^2}.$$

$$W(p) = \frac{50(0,1p+1)}{(100p^2-4p+1)(5p+1)(0,0004p^2+0,02p+1)(0,025p+1)}.$$

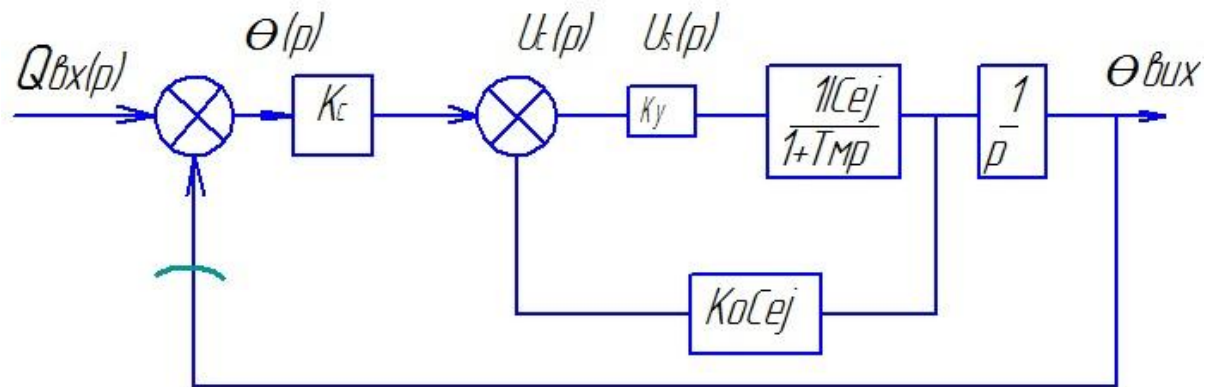


Рис.18. Структурна схема (до задачі 7)

IV. Аналіз стійкості системи автоматичного регулювання

Контрольні запитання

1. Поняття про критерії стійкості системи.
2. Нулі і плюси передатної функції.
3. Алгебраїчні критерії стійкості.
4. Частотні критерії стійкості Найквіста і Михайлова.

[1, с.133-151; 2, с.130-150]

Приклади розв'язання задач

Приклад 10. Передатна функція розімкнутої системи має вигляд

$$W(p) = \frac{50}{0,00225p^5 + 0,5p^4 + 1,5p^3 + 8p^2 + 50p}.$$

Перевірити за критерієм Гурвіца стійкість САР.

Рішення. Характеристичне рівняння слідкуючої системи знаходимо з умови визначаємо

$A(p) + B(p) = 0$, де $A(p)$ і $B(p)$ визначаємо по передавальній функції системи, вважаючи, що $W(p) = \frac{A(p)}{B(p)}$.

Тоді шукане рівняння приймає вигляд

$$0,00225p^5 + 0,5p^4 + 1,5p^3 + 8p^2 + 50p + 50 = 0.$$

Всі коефіцієнти рівняння позитивні. Для стійкості системи п'ятого порядку необхідно також, щоб визначники другого і четвертого порядку були позитивні, тобто

$$\Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0,$$

Підставляючи значення коефіцієнтів, отримуємо:

$$\Delta_2 = (0,5 \cdot 1,5 - 0,00225 \cdot 8) = 0,632 > 0,$$

$$\Delta_4 = (0,5 \cdot 1,5 - 0,00225 \cdot 8) \cdot (8 \cdot 50 - 1,5 \cdot 50) - (0,5 \cdot 50 - 0,00225 \cdot 50)^2 = -414 < 0.$$

Система нестійка.

Приклад II. Дослідити стійкість системи регулювання, характеристичне рівняння якої задано у вигляді

$$0,0008p^5 + 0,03p^4 + 1,36p^3 + 4p^2 + 52,5p + 50 = 0.$$

Рішення. Складаємо таблицю Рауса у вигляді табл. 3.

Для стійкості системи необхідно і достатньо, щоб при $a_0 > 0$ всі коефіцієнти першого стовпця табл. 3 були позитивними. Коефіцієнти є коефіцієнтами, як і раніше розглянутих прикладах характеристичного рівняння

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0.$$

Таблиця 3

a_0	a_2	a_4	a_6
a_1	a_3	a_5	a_7
$b_1 = \frac{a_1 + a_2 - a_0 a_3}{a_1}$	$b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$	$b_3 = \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1}$	$b_4 = \frac{a_1 a_8 - a_0 a_9}{a_1}$
$c_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1}$	$c_2 = \frac{b_1 a_5 - a_1 b_3}{b_1}$	$c_3 = \frac{b_1 a_7 - a_1 b_4}{b_1}$	$c_4 = \frac{b_1 a_9 - a_1 b_5}{b_1}$
$d_1 = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{c_1}$	$d_2 = \frac{c_1 b_3 - b_1 c_3}{c_1}$	$d_3 = \frac{c_1 b_4 - b_1 c_4}{c_1}$	$d_4 = \frac{c_1 b_5 - b_1 c_5}{c_1}$

Для розглянутого прикладу таблиця Рауса має вигляд табл.4.

Таблиця 4

$a_0 = 0,0008$	$a_2 = 1,36$	$a_4 = 52,5$
$a_1 = 0,03$	$a_3 = 4$	$a_5 = 50$
$b_1 = \frac{1,36 \cdot 0,03 - 4 \cdot 0,0008}{0,03} = 125$	$b_2 = \frac{52,5 \cdot 0,03 - 50 \cdot 0,0008}{0,03} = 51,2$	$b_3 = 0$
$c_1 = \frac{4 \cdot 1,25 - 0,03 \cdot 51,2}{1,25} = 2,77$	$c_2 = \frac{1,25 \cdot 50 - 0,03 \cdot 0}{1,25} = 50$	$c_3 = 0$
$d_1 = \frac{2,77 \cdot 51,2 - 50 \cdot 1,25}{2,77} = 28,6$	$d_2 = \frac{2,77 \cdot 0 - 1,25 \cdot 0}{2,77} = 0$	$d_3 = 0$
$e_1 = \frac{28,6 \cdot 50 - 2,77 \cdot 0}{28,6}$	$e_2 = 0$	$e_3 = 0$

Система стійка, так як з табл. 4 випливає, що

$$a_0 > 0, a_1 > 0, b_1 > 0, c_1 > 0, d_1 > 0, e_1 > 0.$$

Приклад 12. Відома передатна функція розімкнутої системи

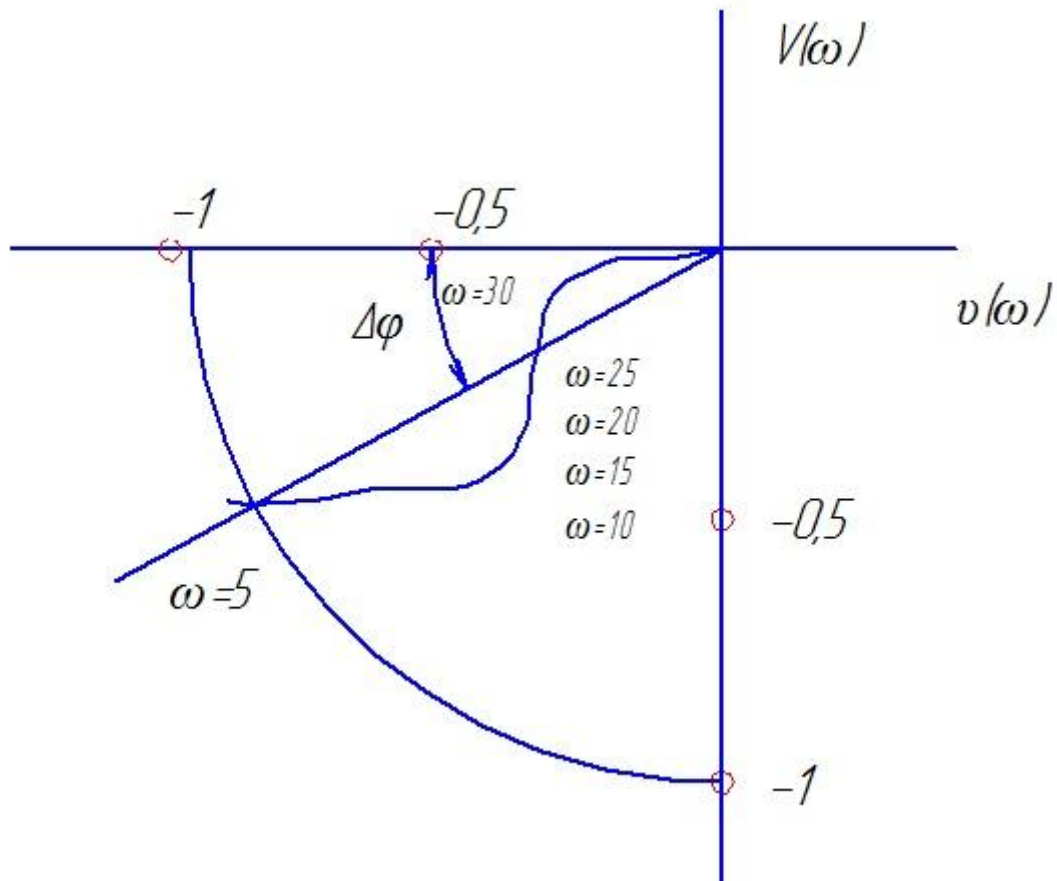
$$W(p) = \frac{48,3(1 + 1,09p + 0,19p^2 + 0,009p^3)}{p^2 + 2,34p^3 + 0,0855p^4 + 0,00405p^5}.$$

Перевірити за критерієм Найквіста стійкість САР та визначити запаси стійкості по фазі та модулю.

Рішення. Замінюючи $p = j\omega$, отримуємо

$$W(j\omega) = \frac{48,3(1 + j1,09\omega - 0,19\omega^3 - j0,0009\omega^2)}{-\omega^2 - j2,34\omega^3 + 0,0855\omega^4 + 0,00405\omega^5}$$

Змінюючи величину ω , будуюмо амплітудно-фазову характеристику системи (рис. 19).



Так як характеристика не охоплює точку з координатами $(-1, j0)$, система стійка.

Для визначення запасу стійкості по фазі проведемо коло радіусом, рівним одиниці, з центром на початку координат і з'єднаємо відрізком прямої початок координат з точкою перетину АФХ з окружністю одиничного радіусу. Кут $\Delta\gamma$, утворений відрізком прямої з негативною віссю, визначає запас стійкості по Фазе $\Delta\gamma = 35^\circ$.

Запас стійкості по модулю ΔR - визначимо як виражене у відсотках відношення відрізка речовій осі, укладеного між точкою $(-1; 0)$ і точкою перетину АФХ з віссю до відрізка, рівного одиниці.

В даному випадку $\Delta R = 95\%$

Приклад 13. Визначити, стійка чи ні система авторегулювання, описувана наступним диференціальним рівнянням:

$$\frac{d^5 x}{dt^5} + 2,06 \frac{d^4 x}{dt^4} + 2,38 \frac{d^3 x}{dt^3} + 2,69 \frac{d^2 x}{dt^2} + 0,575 \frac{dx}{dt} + 0,0055x = 0.$$

Рішення. Характеристичне рівняння системи має вигляд

$$p^5 + 2,06p^4 + 2,38p^3 + 2,69p^2 + 0,575p + 0,0055 = 0$$

Заміняючи p на $j\omega$, отримуємо

$$j\omega^5 - 2,06\omega^4 - 2,38j\omega^3 - 2,69\omega^2 + 0,575j\omega + 0,0055 = (2,06\omega^4 - 2,69\omega^2 + 0,055) + j\omega(\omega^4 - 2,38\omega^2 + 0,575).$$

Отримана комплексна функція є записом вектора Михайлова для досліджуваної системи. Побудова годографа цього вектора можна виконати, вибравши ряд значень ω від 0 до ∞ . Однак практично більш зручно визначити точки перетину кривої Михайлова з осями.

Для цього прирівнюємо до нуля резову та уявну частини виразу для вектора Михайлова:

$$2,06\omega^4 - 2,69\omega^2 + 0,055 = 0,$$

$$\omega(\omega^4 - 2,38\omega^2 + 0,575) = 0$$

і знайдемо корені цих рівнянь. Перетину з резовою віссю відбуваються при частотах $\omega = 0$, $\omega^3 = 0,52$, $\omega^5 = 1,45$, , коли уявна частина вектора Михайлова дорівнює нулю. Перетину з уявною віссю відбуваються при частотах $\omega_2 = 0,045$

і $\omega_4 = 1,14$, , коли резова частина вектора дорівнює нулю. Підставивши ω_1 , ω_3 і

ω_5 в вираз для уявної частини, а ω_2 і ω_4 - з виразу для резовинної частини, отримаємо координати точок перетинань кривої Михайлова про осями.

Використовуючи критерій Михайлова у вигляді критерію перемежаємості, розташовуємо частоти, при яких крива Михайлова перетинається з осями, в зростаючий ряд.

У даному прикладі цей ряд має вигляд

0; 0,045; 0,52; 1,14; 1,45.

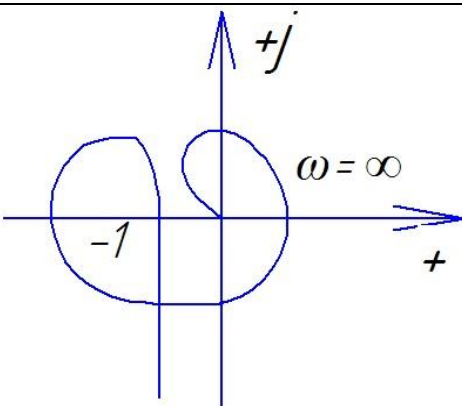
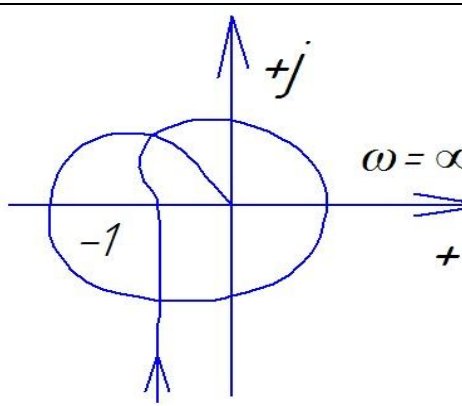
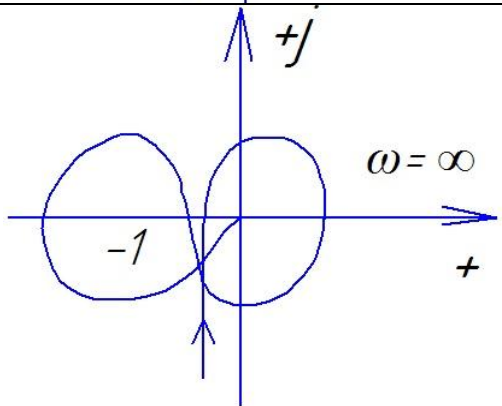
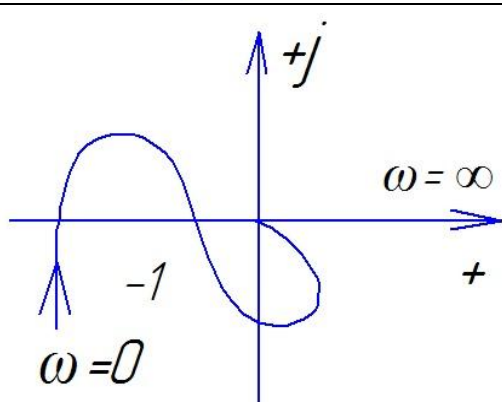
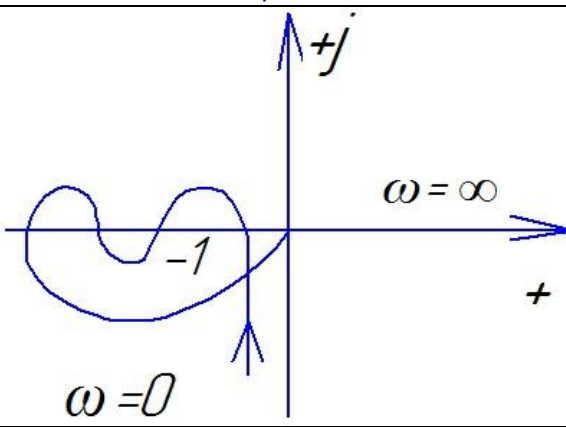
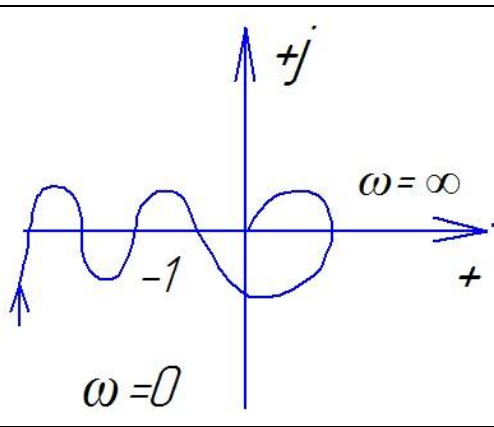
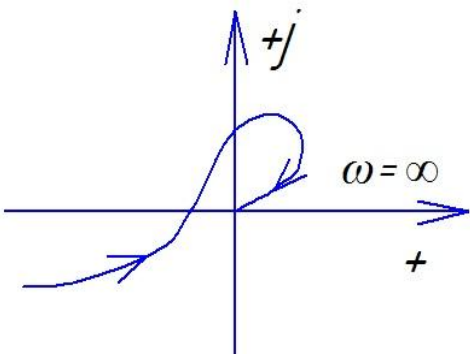
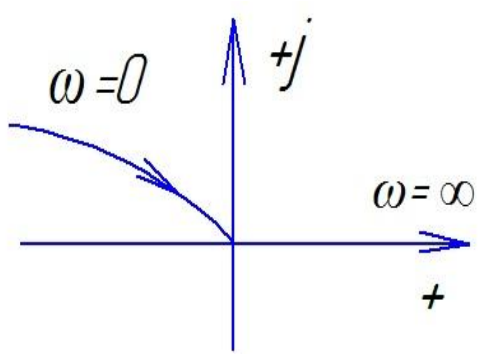
Y	r_v	i_v	Вид АХФ розімкнутої системи	
1	2	1		
	2	1		
	2	1		
2	0	2		

Рис.20. АХФ замкнених систем(задача 10)

Так як непарні члени ряду 0; 0,52; 1,45 відповідають перетинанням з речовій віссю, а парні - пересіченням з уявною віссю, розглянута система стійка.

Завдання для самостійного рішення

Задача 9. З використанням алгебраїчних та частотних критеріїв визначити стійкість САР верстата для ротаційно-давильних робіт для параметрів, зазначених у прикладі 8.

Завдання 10. За критерієм Найквіста визначити стійкість замкнутих систем, якщо для їх розімкнутих частин задані годографи

$$W(j\omega) = \frac{U(j\omega)}{V(j\omega)}$$

і вказано розташування полюсів (рис. 20), де L_v - число коренів характеристичного рівняння розімкненої системи, розташованих в правій половині комплексної площини (правих) U - порядок астатизму по керуючому впливу.

Завдання II. Дослідити стійкість стежить системи в функції параметра T побудовою граничних кривих Михайлова. Структурна схема зображена на рис. 21.

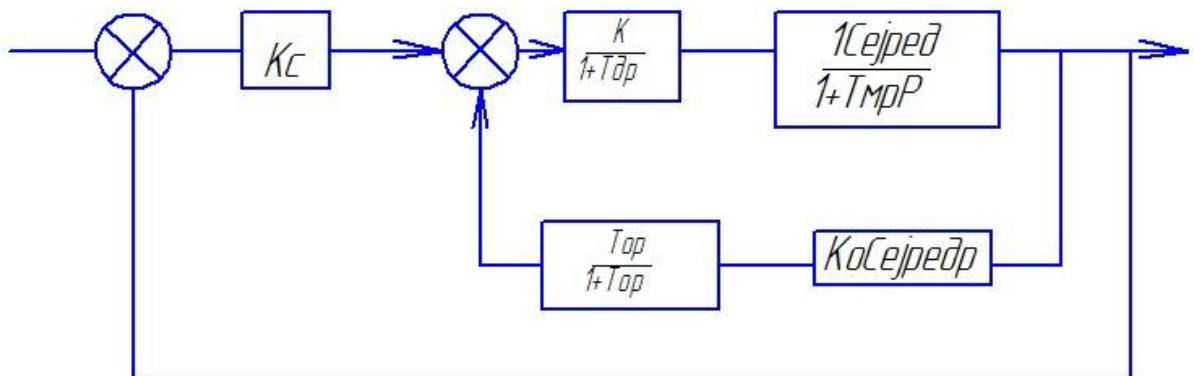


Рис.21. Структурна схема САР, яка аналізується

ЛІТЕРАТУРА

1. Бесекерський В.А., Попов Е.П. Теорія систем автоматичного регулювання. - М.: Наука, 1972. - 768 с.
2. Васильєв Д.В., Чуїч В.Г. Розрахунок систем автоматичного управління. - М.; Л.: Машинобудування, 1959. - 390 с., с ил.
3. Задачник з теорії автоматичного управління /Под общ. ред. А.С.Шаталова. - М.: Енергія, 1971. - 496 с., с ил.